

Versuch 11

Messung der Erdbeschleunigung

Schwingungsdauer eines physikalischen Pendels

1 Versuchsziel

Bestimmt werden die Erdbeschleunigung g sowie das Massenträgheitsmoment eines unregelmäßig geformten Körpers. Beide Größen ergeben sich aus *einer* Messreihe: der Schwingungsdauer des Körpers, aufgehängt an verschiedenen Abständen von seinem Schwerpunkt. Im Mittelpunkt steht dabei eine ingenieurwissenschaftliche Kernkompetenz: *Messdaten so aufzubereiten, dass aus ihnen mit einer linearen Regression eine gesuchte physikalische Größe gewonnen werden kann.* Welche Aufbereitung das ist, erarbeiten Sie sich selbst aus den physikalischen Grundlagen.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Physikalisches und mathematisches Pendel

Beim *mathematischen* Pendel hängt eine punktförmige Masse an einem masselosen Faden – eine Idealisierung. Ein *physikalisches* Pendel ist der wirkliche Fall: ein ausgedehnter Körper, drehbar um eine Achse A, die nicht durch seinen Schwerpunkt S geht. Ihr Abstand heißt s; in Ruhe hängt der Schwerpunkt senkrecht unter der Drehachse.

2.2 Die Schwingungsdauer

Wird der Körper um den Winkel α ausgelenkt, so greift die Gewichtskraft $M\,g$ im Schwerpunkt an – aber nicht an der Drehachse, sondern um den waagerechten Abstand $s\,\sin\alpha$ daneben (Abbildung 1). Aus diesem Hebelarm entsteht das rücktreibende Moment

$$M_{\text{rück}} = -\,M\,g\,s\,\sin\alpha. \tag{1}$$

Für kleine Winkel im Bogenmaß gilt $\sin\alpha \approx \alpha$. Erst diese Näherung macht aus dem Drehimpulssatz $J\,\ddot{\alpha} = M_{\text{rück}}$ die Gleichung einer harmonischen Schwingung; daraus folgt

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{M\,g\,s}}, \tag{2}$$

wobei J das Massenträgheitsmoment um die *Drehachse* bezeichnet. Eine ausführliche Herleitung findet sich bei Walcher (2004), Schenk und Kremer (2014) und Demtröder (2021).

2.3 Satz von Steiner

Das Massenträgheitsmoment ist kein fester Wert eines Körpers – es gehört immer zu einer bestimmten Achse. Für jede Achse, die parallel zur Schwerpunktachse im Abstand s liegt, gilt

$$J = J_S + M\,s^2, \tag{3}$$

mit dem Eigenträgheitsmoment J_S um die Schwerpunktachse. Für den unregelmäßigen Körper dieses Versuchs lässt sich J_S nicht aus der Geometrie berechnen; seine Form gibt keine Formel her. Das ist keine Schwäche des Versuchs, sondern sein Reiz: J_S und g lassen sich *gemeinsam* aus einer Messreihe gewinnen, in der s verändert wird.

2.4 Schreibweise

In der Auswertung heißt die Steigung der Regressionsgeraden traditionell m. Für die *Masse* des Pendelkörpers steht deshalb in dieser Anleitung durchgängig das große M; ein *Moment* trägt stets einen Index, etwa $M_{\text{rück}}$ in Gleichung (1). Was die Zusatzfragen *Ordinatenabschnitt* nennen, heißt im Auswertewerkzeug c.

3 Zubehör

- Physikalisches Pendel (unregelmäßiger Körper mit mehreren Bohrungen)

- Auflageschneiden
- Stoppuhr
- Maßband
- Waage

4 Versuchsaufbau

Der Körper wird mit einer seiner Bohrungen auf die Auflageschneide gehängt und schwingt um diese Achse (Abbildung 1). Gemessen werden der Abstand s zwischen Drehachse und Schwerpunkt sowie die Schwingungsdauer T.

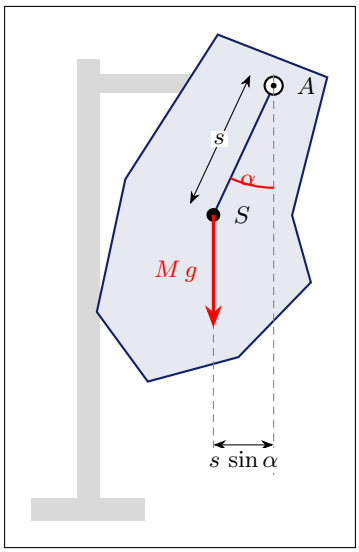


Abbildung 1: Physikalisches Pendel, um den Winkel α ausgelenkt. Die Gewichtskraft greift im Schwerpunkt S an; ihr Hebelarm bezüglich der Drehachse A ist der waagerechte Abstand $s \sin\alpha$.

5 Aufgaben

1. Der Schwerpunkt des unregelmäßigen Körpers ist zu bestimmen.
2. Die Schwingungsdauer ist in Abhängigkeit vom Abstand s zwischen Drehachse und Schwerpunkt zu messen – für jede Aufhängung über mindestens 30 Schwingungen.
3. Die Masse des Körpers ist zu bestimmen.

6 Versuchsdurchführung

- **Die Auflageschneiden sind sorgfältig zu behandeln.** Sie bestimmen die Reibungsfreiheit der Lagerung und sind empfindlich gegen Stöße.
- Der Schwerpunkt lässt sich durch Ausbalancieren des Körpers bestimmen; der Abstand s wird anschließend für jede Bohrung am Maßband abgelesen.
- Die Auslenkung ist klein zu halten – Gleichung (2) gilt nur unter der Kleinwinkelnäherung.
- Gestoppt wird über mindestens 30 Schwingungen; die Einzelperiode ergibt sich durch Division. So bleibt der Reaktionsfehler beim Starten und Stoppen der Uhr klein gegenüber der Gesamtzeit.

- Zu jeder Ablesung ist die Messunsicherheit abzuschätzen und zu protokollieren.

7 Auswertung

Setzt man Gleichung (3) in Gleichung (2) ein, so hängt die Schwingungsdauer allein von s und den gesuchten Größen ab. In den gemessenen Größen ist dieser Zusammenhang *nicht* linear.

Auftragung. Zu bestimmen ist eine Auftragung der Messgrößen, die einen linearen Zusammenhang ergibt. Dies ist – neben der gewissenhaften Aufnahme der Messwerte – die entscheidende Aufgabe dieses Versuchs; die gewählte Achsenkombination ist zu begründen.

Ergebnisse. Aus den Parametern der linearen Regression sind die Erdbeschleunigung g und das Eigenträgheitsmoment J_S des Körpers zu bestimmen. Der Wert für g ist mit dem Literaturwert für Mitteleuropa zu vergleichen.

Fehlerbetrachtung. Aus den Unsicherheiten von Steigung und Ordinatenabschnitt ist die Fehlerabschätzung Δg herzuleiten. Zu diskutieren ist außerdem, welche Messgröße mit besonderer Sorgfalt zu erfassen ist und warum über viele Schwingungen gestoppt wird.

Die digitale Auswertung erfolgt im interaktiven E-Learning beziehungsweise im Online-Versuch der *Digital Labs*.

8 Quellen und weiterführende Literatur

Demtröder, W. (2021). *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. 9. Aufl. Berlin/Heidelberg: Springer Spektrum. DOI: 10.1007/978-3-662-62728-0.

Schenk, W. und F. Kremer, Hrsg. (2014). *Physikalisches Praktikum*. 14. Aufl. Wiesbaden: Springer Spektrum. DOI: 10.1007/978-3-658-00666-2.

Walcher, W. (2004). *Praktikum der Physik*. 8. Aufl. Wiesbaden: Teubner. DOI: 10.1007/978-3-322-94128-2.