

Versuch 5

Bestimmung von Federkonstanten

Statische und dynamische Messung mit linearer Regression

1 Versuchsziel

Bestimmt werden die Federkonstanten zweier Schraubenfedern – einzeln sowie in Parallel- und in Reihenschaltung. Jede Federkonstante wird auf *zwei unabhängigen Wegen* gemessen: statisch aus der Auslenkung unter Last und dynamisch aus der Schwingungsdauer. Im Mittelpunkt steht dabei eine ingenieurwissenschaftliche Kernkompetenz: *Messdaten so aufzubereiten, dass aus ihnen mit einer linearen Regression eine gesuchte physikalische Größe gewonnen werden kann.* Welche Aufbereitung das ist, erarbeiten Sie sich selbst aus den physikalischen Grundlagen.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Hookesches Gesetz und Federkonstante

Zieht man an einer Schraubenfeder, so zieht sie zurück, und zwar umso stärker, je weiter sie gedehnt ist. Für die Federkraft gilt

$$F = C \cdot s, \tag{1}$$

wobei s die Auslenkung aus der entspannten Lage und C die *Federkonstante* (Einheit N/m) bezeichnet. Sie ist die vollständige Auskunft über eine Feder: Eine steife Feder hat ein großes C, eine weiche ein kleines. Gleichung (1) gilt nur im elastischen Bereich; wird eine Feder überlastet, bleibt sie verformt. Die in Abschnitt 5 genannten Höchstbelastungen sind deshalb einzuhalten.

2.2 Statisches Gleichgewicht

Hängt eine Masse M ruhig an der Feder, so halten sich Gewichtskraft und Federkraft die Waage:

$$C\,s = M\,g. \tag{2}$$

Jede angehängte Masse gehört damit zu genau einer Auslenkung; beide sind über die Federkonstante verknüpft. Eine einzelne Wägung liefert C bereits, eine Messreihe mittelt die Ablesefehler heraus und zeigt zugleich, ob die Feder im elastischen Bereich geblieben ist.

2.3 Die schwingende Masse

Lenkt man die Masse aus der Ruhelage aus und lässt los, so schwingt sie. Die Gewichtskraft spielt dabei keine Rolle mehr – sie ist in der Ruhelage bereits verrechnet; es bleibt die zusätzliche, stets zur Ruhelage gerichtete Federkraft $F = -C\,x$. Mit dem zweiten Newtonschen Gesetz folgt die Gleichung der harmonischen Schwingung und daraus die Schwingungsdauer

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{C}}. \tag{3}$$

Bemerkenswert: Die Erdbeschleunigung kommt darin nicht vor. Eine Herleitung findet sich bei Walcher (2004), Schenk und Kremer (2014) und Demtröder (2021).

2.4 Die mitschwingende Federmasse

Gleichung (3) behandelt die Feder als masselos. Tatsächlich bewegt sich ihre Masse mit – aber nicht überall gleich: Die Windungen dicht an der Aufhängung bleiben nahezu in Ruhe, die untersten machen den vollen Weg der Masse mit. Summiert man die kinetische Energie aller Windungen, so verhält sich die Feder, als hinge ein Drittel ihrer Masse m_F zusätzlich am Ende:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M + \frac{1}{3}\,m_F}{C}}. \tag{4}$$

Für schwere Lasten fällt dieser Anteil kaum ins Gewicht, für leichte sehr wohl. Eine Messreihe über mehrere Massen liefert deshalb nicht nur die Federkonstante, sondern auch die Masse der Feder – ohne sie je auf eine Waage zu legen.

2.5 Zwei Federn statt einer

Werden zwei Federn gemeinsam belastet, so gilt für die Federkonstante der Anordnung

$$C_{\text{parallel}} = C_1 + C_2, \qquad \frac{1}{C_{\text{Reihe}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}. \tag{5}$$

Parallel teilen sich beide Federn die Last, die Anordnung wird steifer; in Reihe dehnen sich beide nacheinander, sie wird weicher (vgl. Schenk und Kremer (2014)).

2.6 Schreibweise

In der Auswertung heißt die Steigung der Regressionsgeraden traditionell m. Für die *angehängte Masse* steht deshalb in dieser Anleitung durchgängig das große M, für die Masse der Feder m_F. Am Prüfstand trägt die Messspalte der angehängten Masse aus historischen Gründen trotzdem den Namen „m / kg“. Was die Zusatzfragen *Ordinatenabschnitt* nennen, heißt im Auswertewerkzeug c.

3 Zubehör

- Zwei Spiralfedern (eine dünne, eine dicke)
- Gewichtssatz
- Messgestell mit Maßband
- Stoppuhr

4 Versuchsaufbau

Die Feder hängt an einer Traverse des Messgestells; darunter wird der Gewichtssatz angehängt und die Auslenkung am Maßband abgelesen (Abbildung 1). Bezugspunkt jeder Messung ist die *Ruhelage der unbelasteten Feder*. Für den dynamischen Teil wird dieselbe Anordnung aus der neuen Ruhelage ausgelenkt und die Schwingungsdauer gestoppt.

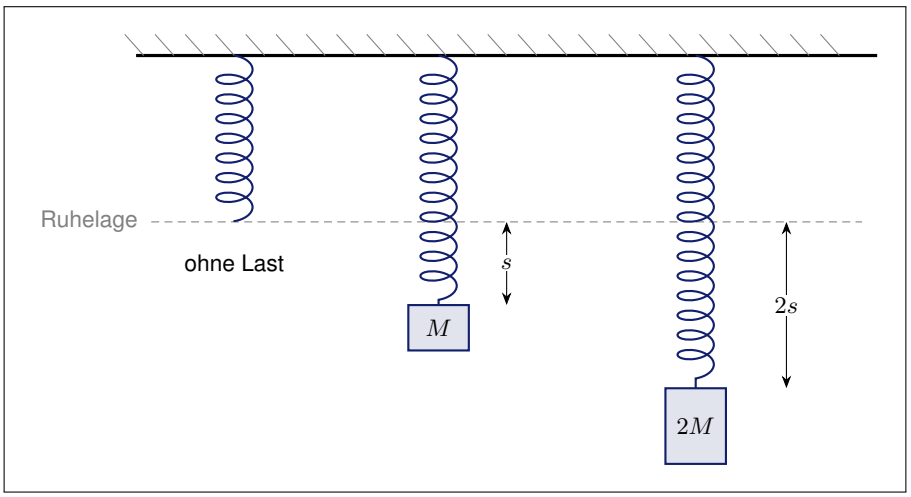


Abbildung 1: Statischer Versuchsteil: dieselbe Feder ohne Last, mit der Masse M und mit $2M$. Die Auslenkung s wird stets ab der Ruhelage der unbelasteten Feder gemessen.

5 Aufgaben

Für jede der folgenden vier Anordnungen sind die statische Auslenkung *und* die Schwingungsdauer in Abhängigkeit von der Belastung zu messen: dünne Feder einzeln, dicke Feder einzeln, beide in Reihenschaltung, beide in Parallelschaltung.

Anordnung	Belastung M / kg					
dünne Feder	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5
dicke Feder	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	
Reihenschaltung	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	
Parallelschaltung	0,8	1,1	1,4	1,7	2,0	2,3

Tabelle 1: Zu verwendende Belastungen. Die angegebenen Höchstbelastungen dürfen nicht überschritten werden.

6 Versuchsdurchführung

- Vor der ersten Belastung ist die Ruhelage der unbelasteten Feder am Maßband abzulesen; alle Auslenkungen beziehen sich auf diesen Nullpunkt.
- Die Massen sind nacheinander anzuhängen und die Auslenkung jeweils erst abzulesen, wenn die Feder zur Ruhe gekommen ist.
- Für den dynamischen Teil ist die Masse aus der Ruhelage auszulenken und loszulassen. Gestoppt wird über *viele* Perioden, damit der Reaktionsfehler beim Starten und Stoppen der Uhr klein gegenüber der Gesamtzeit bleibt.
- Die Auslenkung ist klein zu halten – die Feder darf beim Schwingen weder erschlaffen noch über ihre Höchstbelastung hinaus gedehnt werden.
- Zu jeder Ablesung ist die Messunsicherheit abzuschätzen und zu protokollieren.

7 Auswertung

Statischer Teil. Aus Gleichung (2) ist eine Auftragung der gemessenen Größen abzuleiten, die einen linearen Zusammenhang ergibt. Aus deren Steigung beziehungsweise Ordinatenabschnitt ist – begründet anhand der Gleichung – die Federkonstante zu bestimmen. Zusätzlich sind die Federkennlinien der statischen Messungen darzustellen.

Dynamischer Teil. Gleichung (4) ist in den gemessenen Größen *nicht* linear. Sie ist vor dem Auftragen so umzuformen, dass eine Gerade entsteht; anschließend ist die lineare Regression durchzuführen. Einer der beiden Regressionsparameter wird für die Federkonstante nicht benötigt – aus ihm ist die Masse der Feder zu bestimmen und mit dem Drittel-Anteil aus Gleichung (4) zu begründen.

Kombinationen. Aus den Messungen an Reihen- und Parallelschaltung sind mit Gleichung (5) die Federkonstanten der Einzelfedern zu berechnen und mit den direkt gemessenen Werten zu vergleichen.

Fehlerbetrachtung. Zu diskutieren ist, welche der beiden Methoden – statisch oder dynamisch – die kleinere Unsicherheit liefert und warum, sowie wie sich eine Unsicherheit in der gestoppten Zeit auf die Federkonstante auswirkt.

Die digitale Auswertung erfolgt im interaktiven E-Learning beziehungsweise im Online-Versuch der *Digital Labs*; die gewählte Achsenkombination ist zu begründen.

8 Quellen und weiterführende Literatur

Demtröder, W. (2021). *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. 9. Aufl. Berlin/Heidelberg: Springer Spektrum. DOI: 10.1007/978-3-662-62728-0.

Schenk, W. und F. Kremer, Hrsg. (2014). *Physikalisches Praktikum*. 14. Aufl. Wiesbaden: Springer Spektrum. DOI: 10.1007/978-3-658-00666-2.

Walcher, W. (2004). *Praktikum der Physik*. 8. Aufl. Wiesbaden: Teubner. DOI: 10.1007/978-3-322-94128-2.